

طراحی و تحلیل الگوریتم‌ها

Design & Analysis of Algorithms

دانشگاه شهید باهنر کرمان - بخش مهندسی کامپیوتر

مدرس: حدیث محسنی

نیازی به تحویل تمرین‌ها نیست!

تمرین‌های سری اول

مسئله ۱. مسئله ۱۵-۲ از کتاب CLRS (صفحه ۴۰۵)

توجه: این مسئله را در دو حالت حل کنید:

الف) با استفاده از راه‌حل مسئله‌ی بزرگترین زیردنباله‌ی مشترک

ب) بدون استفاده از راه‌حل مسئله‌ی بزرگترین زیردنباله‌ی مشترک!!

راه‌حل‌های خود را بر روی کلمه consequences امتحان نموده و خروجی آن را تعیین کنید.

مسئله ۲. هزینه‌ی سفر

شما تصمیم گرفته‌اید که برای تعطیلات بین دو ترم، به یک مسافرت زمینی بروید. فرض کنید که شهر مقصد شما شهر الف باشد. از آنجا که مسافت بین کرمان و شهر الف خیلییییی زیاد است، شما نمی‌توانید این مسیر را یک دفعه طی کنید و باید در یک سری از شهرهای بین راه توقف داشته باشید. فرض کنید که بین شهر کرمان و شهر الف، n شهر وجود دارد که در فواصل $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ از شهر کرمان قرار دارند و شهر n همان شهر الف یا شهر مقصد است. شما می‌توانید انتخاب کنید که در طول مسیر در کدام شهرها توقف داشته باشید.

از طرف دیگر، طبق اصول رانندگی، شما نباید در حالت خستگی رانندگی کنید. در نتیجه تصمیم گرفته‌اید که در طول روز حداکثر ۲۵۰ کیلومتر رانندگی کنید و باید حتماً در انتهای روز به یکی از شهرهای میانی در مسیر برای استراحت برسید. واضح است که ممکن است به دلیل فواصل شهرها، مجبور باشید که در یک روز کمتر از ۲۵۰ کیلومتر را طی کنید تا مکان استراحت شما در یک شهر باشد. در این حالت شما به میزان $(250 - x)^{0.5}$ در آن روز ضرر می‌کنید! که $x < 250$ مسافت طی شده در روز است.

هدف شما بدست آوردن ترتیبی از استراحت در شهرهای میانی است که کمترین میزان ضرر را در کل سفر داشته باشید. الگوریتمی کارا ارائه دهید که محل توقف‌های شما را برای بهترین یا کم‌ضررتین سفر پیدا کند و زمان اجرای آن را هم به دست آورید.

مسئله ۳. تعداد صفرها

ماتریس $B_{m \times n}$ از اعداد بزرگتر از صفر داده شده است. می‌خواهیم از گوشه سمت چپ بالا به گوشه سمت راست پایین با حرکات به راست و پایین طوری حرکت کنیم که حاصلضرب اعداد روی مسیر کمترین تعداد صفر را در سمت راست داشته باشد (اگر نیاز داشتید، فرض کنید که تابعی مانند CountZeros داریم که عددی را به عنوان ورودی می‌گیرد و تعداد صفرهای آن را در خروجی برمی‌گرداند). بر اساس برنامه‌نویسی پویا، روشی کارا ارائه کنید

که مسیر بهینه را در ماتریس به دست آورد. زمان اجرا و میزان حافظه مصرفی الگوریتم خود را تحلیل کنید.

مسئله ۴. رستوران‌های زنجیره‌ای

آقای الف تصمیم دارد که جهت رفاه حال مسافران نوروزی! یک سری رستوران زنجیره‌ای را در مسیر کرمان به تهران احداث کند. فرض کنید که در مسیر ذکر شده، در Ω مکان امکان احداث رستوران وجود دارد که این مکان‌ها به ترتیب فواصل m_1, m_2, \dots, m_n را از شهر کرمان دارند (برای مثال مکان پنجم برای احداث رستوران در فاصله‌ی m_5 کیلومتری از شهر کرمان واقع شده است).

اما برای احداث یک رستوران محدودیت‌های زیر وجود دارد:

الف) رستوران‌ها در هر یک از Ω مکان مشخص شده می‌توانند احداث شوند و فرض بر این است که سود حاصل از رستورانی که در مکان i ام احداث شود، برابر با p_i است.

ب) هر دو رستوران مجاور باید حداقل k کیلومتر با هم فاصله داشته باشند که k یک عدد صحیح و مثبت است. الگوریتمی طراحی کنید که مکان احداث رستوران‌ها و تعداد آنها را به گونه‌ای پیدا کند که سود آقای الف از احداث رستوران‌های زنجیره‌ای حداکثر شود.

با آرزوی موفقیت! ☺