

# داده ساختارها و الگوریتم‌ها

## Data Structures & Algorithms

دانشگاه شهید باهنر کرمان - بخش مهندسی کامپیوتر

مدرس: حدیث محسنی

### تمرین‌های کتبی سری اول

تمرین‌ها صرفاً برای آشنایی شما با مباحث درس، فراگیری بهتر مطالب و آمادگی برای آزمون‌ها در اختیار شما قرار داده شده است و نیازی به تحویل دادن تمرین‌ها نیست.

#### مسئله ۱.

الف) آیا  $2^{n+1} = O(2^n)$  هست؟ آیا  $2^{2n} = O(2^n)$  هست؟

ب) ثابت کنید  $\sum_{i=1}^n \sqrt{i} = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} = \Theta(n\sqrt{n})$

#### مسئله ۲.

در شبه کد زیر، دستور  $x++$  چند بار اجرا می‌شود: (می‌دانیم که  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \log n$ )

```
for (i = 1; i ≤ n; i = i++)
```

```
    for (j = 1; j ≤ n; j = j + i)
```

```
        x++
```

#### مسئله ۳.

رابطه‌های بازگشتی زیر را با استفاده از استقرا و یا روش جایگذاری حل کنید و مرتبه‌ی آنها را به دست آورید و یا اثبات کنید.

الف.  $T(n) = T(n-1) + n^2$

ب.  $T(n) = T(\frac{n}{2}) + 2^n$

ج. در رابطه‌ی بازگشتی  $T(n) = T(\alpha n) + T(\beta n) + n$  با مقادیر مثبت برای  $\alpha$  و  $\beta$  و شرط  $\alpha + \beta = 1$ ، ثابت کنید

که  $T(n) = O(n \log n)$ . (با استفاده از استقرا)

د. در رابطه‌ی بازگشتی  $T(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} T(i) + 2n$  ثابت کنید  $T(n) = O(n)$

ه. ثابت کنید که رابطه زیر از مرتبه  $4^n$  است:

$$T(n) = \begin{cases} 2^i & 0 \leq i < 3 \\ T(n-1) + 2T(n-2) + T(n-3) & i \geq 3 \end{cases}$$

مسئله ۴.

مرتبه‌ی رابطه‌های بازگشتی زیر را با استفاده از هر دو روش درخت بازگشت و قضیه اصلی بر حسب  $\theta$  به دست آورید.

الف.  $T(n) = ۲T(\frac{n}{۴}) + \sqrt{n}$

ب.  $T(n) = ۲T(\frac{n}{۴}) + n$

ج.  $T(n) = ۲T(\frac{n}{۴}) + n^۲$

د.  $T(n) = ۴T(\frac{n}{۴}) + n^۲ \log n$

با آرزوی موفقیت! ☺